



# CONCEPTOS BÁSICOS I

## Ordenación Estable, ordenación no estable

La ordenación **estable** garantiza que 2 ó mas elementos iguales, cuando son ordenados, conservan su **orden relativo**.

230	Antonio Rodriguez
-----	-------------------

230	Ana Santamaria
-----	----------------

Queremos ordenar unos registros por el primer campo.  
La ordenación estable garantiza que siempre el registro de Antonio Rodriguez va a ser anterior al de Ana Santamaría

Por lo general, los **algoritmos estables** necesitan **mas memoria** y son **mas lentos** que los algoritmos no estables

# CONCEPTOS BÁSICOS II

## Datos desordenados y casi ordenados

Cuando pensamos en ordenar pensamos en datos **muy desordenados**. Pero muchas veces no es así. En muchos casos están “**casi**” **ordenados**. Por ejemplo, datos añadidos al principio o al final

1	3	5	6	7	9	12	14	4	8
---	---	---	---	---	---	----	----	---	---

O datos insertados ente los elementos ordenados

1	3	5	6	7	15	12	14	4	16
---	---	---	---	---	----	----	----	---	----

Hay algoritmos muy **rápidos** con **datos desordenados**, pero **lentos** con datos **casi ordenados** ( por ejemplo quicksort o stable\_sort) y algoritmos **lentos** con datos **desordenados**, pero muy **rápidos** con datos **casi ordenados** ( por ejemplo timsort)

# CONCEPTOS BÁSICOS III

## Datos pequeños, grandes y muy grandes. Strings

En los algoritmos de ordenación, hay 2 tipos de operaciones : **Comparación** y **Movimiento e intercambio** de datos

Con elementos **pequeños** es mucho mas **costosa** la **comparación** que el **movimiento**. Pero con elementos grandes es al revés. Debido a esto hay algoritmos rápidos con elementos pequeños que no lo son con elementos grandes y viceversa.

En las **comparaciones**, podemos encontrar comparaciones **muy sencillas** (por ejemplo comparar por un código que es un número entero), y comparaciones **costosas**, que involucran operaciones complejas ( por ejemplo comparar strings).

Por ello hablamos del **coste de la comparación**.

# CONCEPTOS BÁSICOS IV

## Comparaciones con strings

Los **strings** de C++ son un caso especial, ya que habitualmente son, como poco, un puntero a una memoria que contiene el texto

Esta estructura tiene un **rendimiento pobre de la memoria caché**. Por lo que su **velocidad** puede **variar enormemente**, y algoritmos rápidos con datos grandes y pequeños presentan resultados mediocres con strings, y viceversa.

# CONCEPTOS BÁSICOS V

## Objeto de comparación. Algoritmos híbridos

Los **algoritmos generales**, para hacer las **comparaciones**, usan un **objeto de comparación**, al que al pasarle los elementos a comparar, nos indica el menor. Estos pueden **ordenar cualquier cosa**, con tal de que tengan su correspondiente objeto de comparación.

En **STL**, por defecto usa **std::less<T>**, que a su vez usa el **operator <** de los objetos a comparar.

Los **algoritmos híbridos** no utilizan un objeto para comparar, y que **solo ordenan datos de unos determinados tipos ( enteros, coma flotante, strings)**. Estos algoritmos suelen ser más rápidos que los que usan objeto de comparación.

Ejemplos de estos son :

- spreadsort
- radixsort
- countingsort
- postmansort
- skasort

# CONCEPTOS BÁSICOS VI

## Mezclas de datos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

2	3	6	7	8	9	12
---	---	---	---	---	---	----

1	4	5	10	11	13	14
---	---	---	----	----	----	----

2	4	7	12	17	19	22	26
---	---	---	----	----	----	----	----

								1	3	5	6	8	9	13	15
--	--	--	--	--	--	--	--	---	---	---	---	---	---	----	----

### Mezcla simple

La salida ha de tener un tamaño como la suma de las entradas

### Media mezcla (half\_merge)

La salida ha de tener un tamaño libre como la parte que está en un buffer externo

# LA LIBRERIA BOOST SORT

Quienes somos:

- Steven Ross
- Orson Peters
- Francisco Tapia

Esta librería contiene algoritmos de ordenación

- 1 sola hebra (4 algoritmos)
- paralelos (3 algoritmos)

La idea es proporcionar algoritmos que mejoren los proporcionados por compiladores y librerías en el mercado



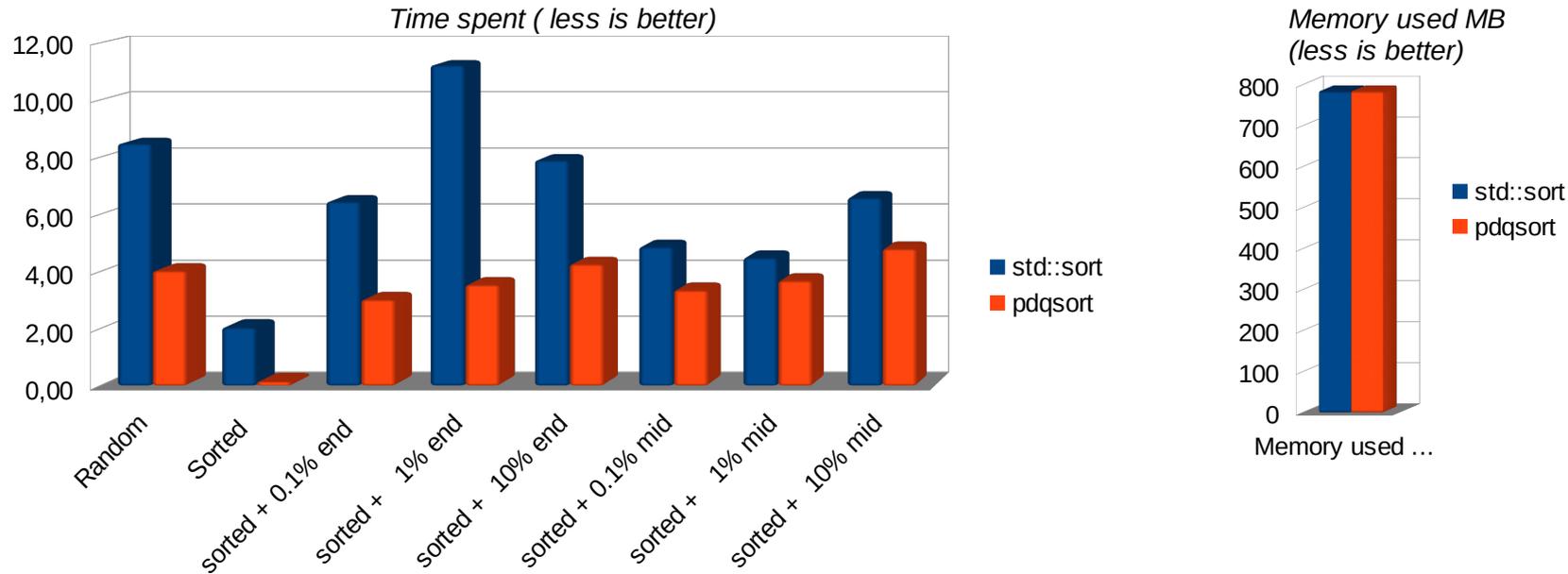
# ALGORITMOS DE 1 HEBRA I

Algorithm	Stable	Additional memory	Best, average, and worst case	Comparison method
spreadsort	no	key_length	$N, N \sqrt{\log N}, \min(N \log N, N \text{key\_length})$	Hybrid radix sort
pdqsort	no	Log N	$N, N \log N, N \log N$	Comparison operator
spinsort	yes	$N / 2$	$N, N \log N, N \log N$	Comparison operator
flat_stable_sort	yes	size of the data/256 + 8K	$N, N \log N, N \log N$	Comparison operator

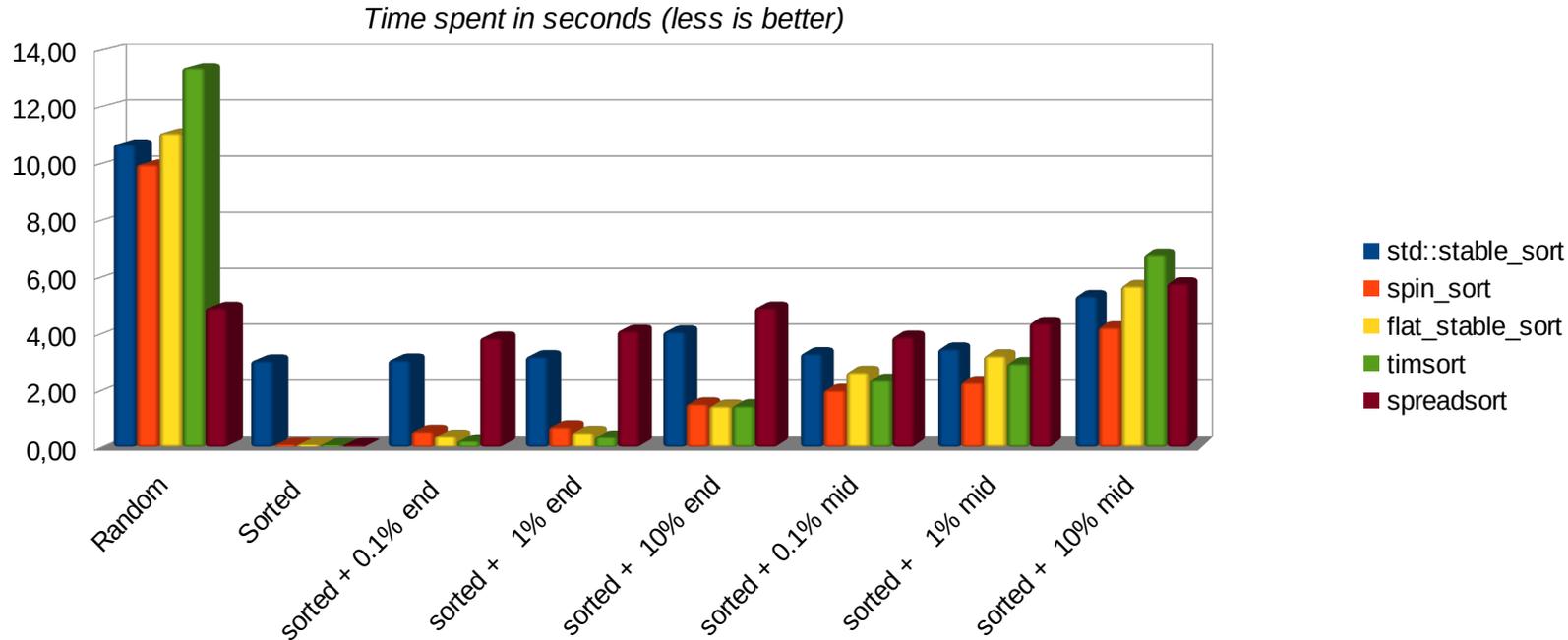
- **spreadsort** is an extremely fast hybrid radix sort algorithm, designed and developed by Steven Ross.
- **pdqsort** is a improvement of the quick sort algorithm, designed and developed by Orson Peters.
- **spinsort** is a stable sort that is fast with random or nearly sorted data, designed and developed by Francisco Tapia.
- **flat\_stable\_sort** is a stable sort that uses very little additional memory (around 1% of the size of the data), providing 80% - 90% of the speed of spinsort, designed and developed by Francisco Tapia.

# ALGORITMOS DE 1 HEBRA II (no estables)

Este **test** ordena **100 000 000** número de **64 bits**, tanto completamente **desordenados** , como **casi ordenados**, añadiendo elementos desordenados al final , o insertándolos en el medio



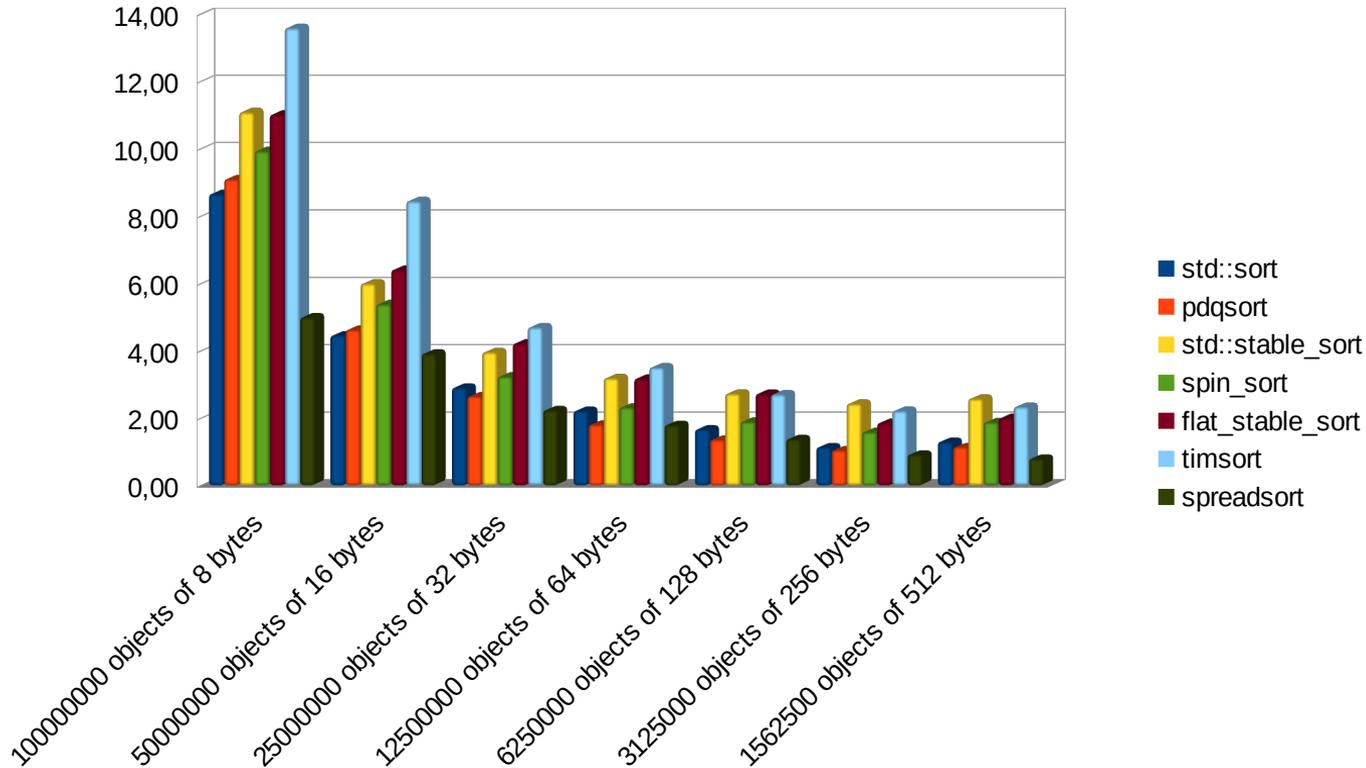
# ALGORITMOS DE 1 HEBRA III (estables)



Las **ordenaciones** con elementos **casi ordenados**, son mucho mas **frecuentes** de lo que nos imaginamos en el **mundo real**

# ALGORITMOS DE 1 HEBRA IV (varios tamaños)

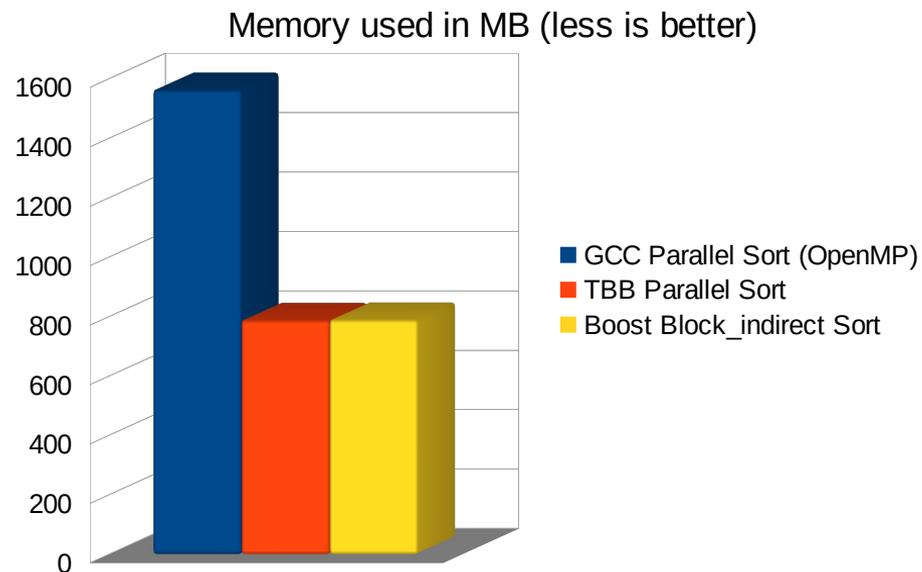
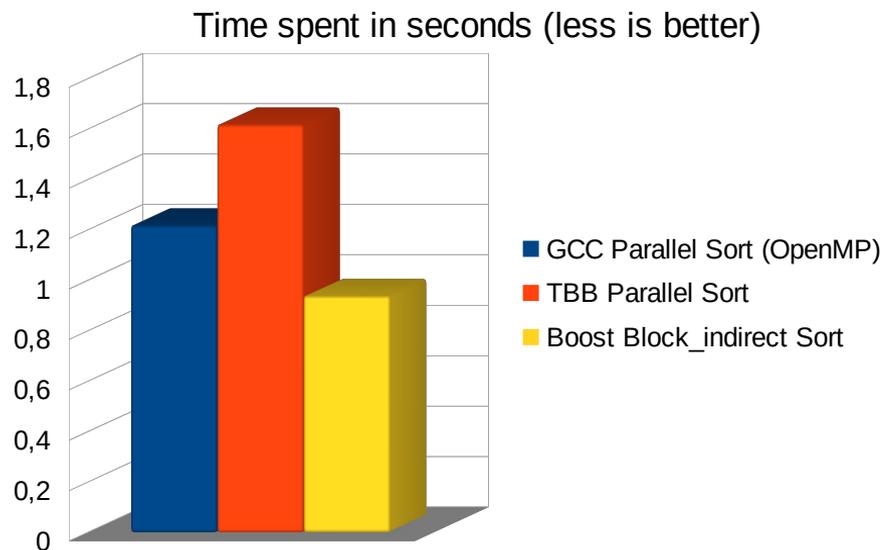
Sort with different sizes (less is better)



En la ordenación **estable**, el mas **lento** es siempre **timsort**, y el mas **rápido** es **spin\_sort**.

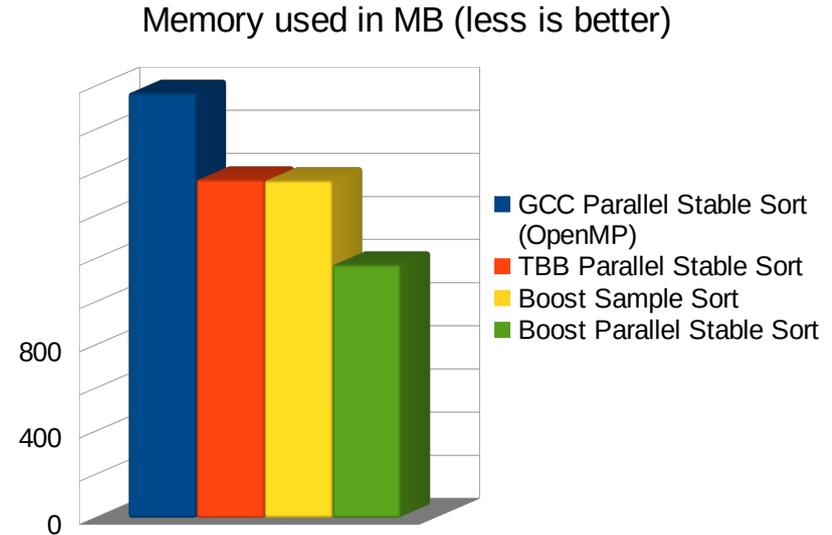
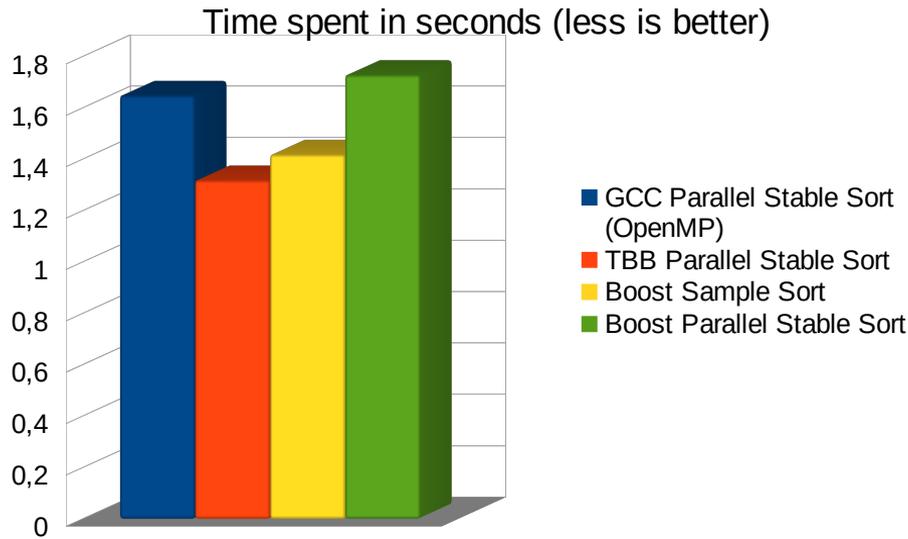
Es meritoria la **velocidad** de **flat\_stable\_sort**, que **no usa memoria adicional**.

# LINUX ALGORITMOS PARALELOS I (no estables)



La librería **Boost** introduce un **nuevo algoritmo paralelo (block\_indirect\_sort)**, ideado e implementado por Francisco Tapia, que combina una **gran velocidad** con un **bajo consumo de memoria**, usando una **novedosa técnica** que se describirá mas adelante.

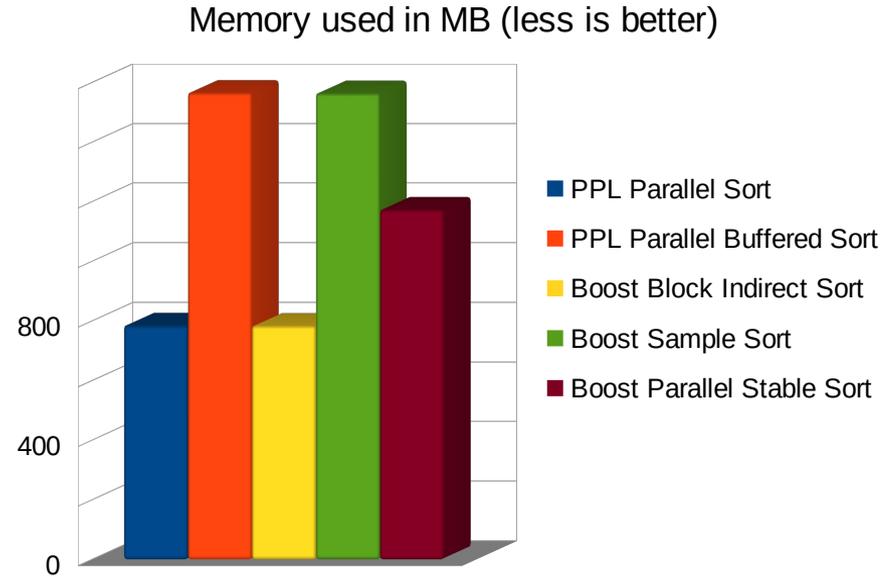
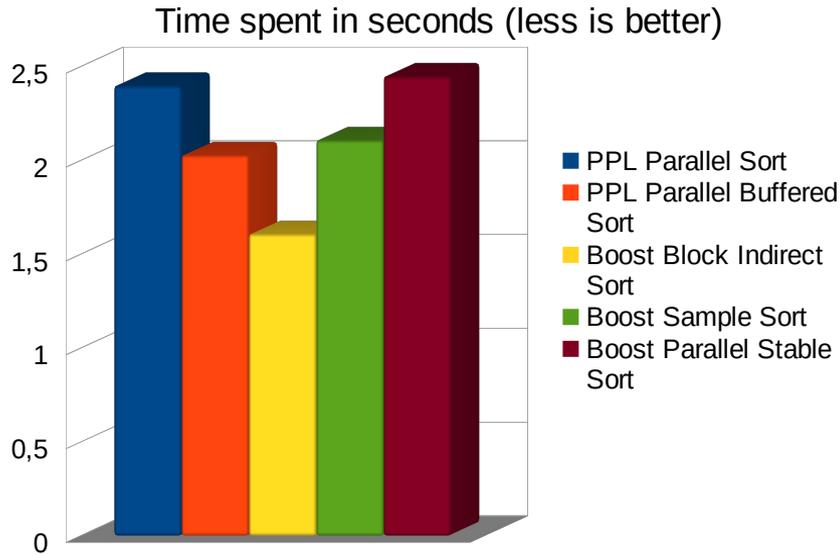
# LINUX ALGORITMOS PARALELOS II (estables)



Los algoritmos **TBB Parallel Stable Sort** y **Boost Sample Sort**, son implementan el algoritmo **sample\_sort**. **Boost Parallel Stable Sort** internamente utiliza SampleSort, y trata de reducir la memoria adicional que usa a la mitad.

**GCC Paralle Stable Sort** utiliza un **algoritmo antiguo** y una implementación que **no reusa la memoria adicional**, por lo que es **lento** y consume **mucha memoria**.

# WINDOWS ALGORITMOS PARALELOS I

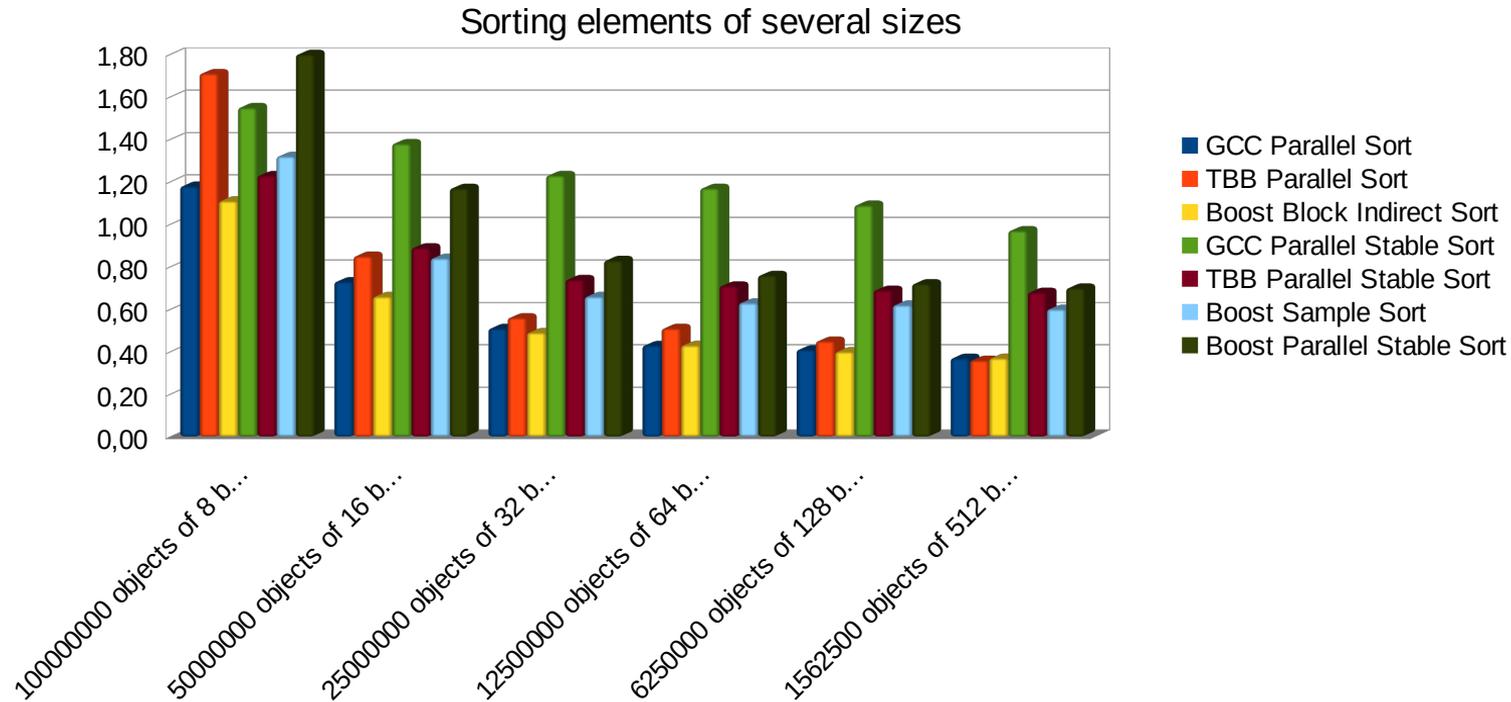


Microsoft tiene 2 algoritmos paralelos diferentes.

- **PPL Parallel Sort** es similar a un **QuickSort paralelo**, consume poca memoria, pero es lento.
- **PPL Parallel Buffered Sort** es un algoritmo parecido a **GCC Parallel Sort**. Es mas rápido, pero consume el doble de memoria.

Microsoft **no tiene** algoritmos estables paralelos.

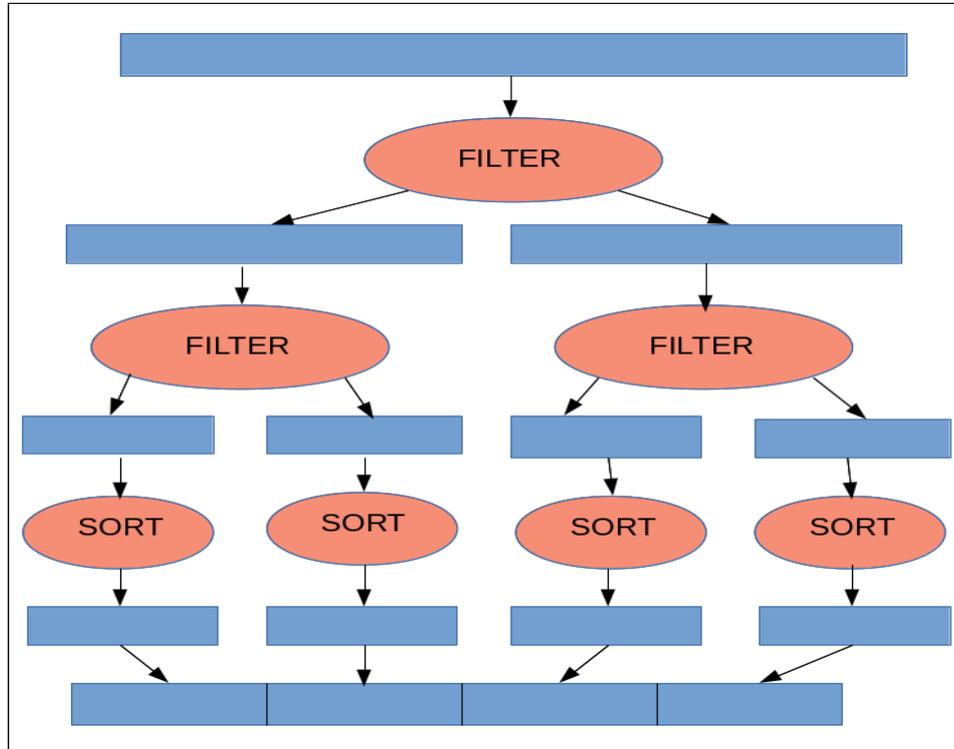
# ALGORITMOS PARALELOS (Diferentes Tamaño)



Con los **tamaños grandes**, los **tiempos son similares** porque el **bus de datos** está **saturado**.

Los **no estables** hacen **menos movimientos** de los datos para ordenar, por eso, cuando el **tamaño de los datos crece**, la **diferencia** es tan **acusada**.

# QUICKSORT PARALELO

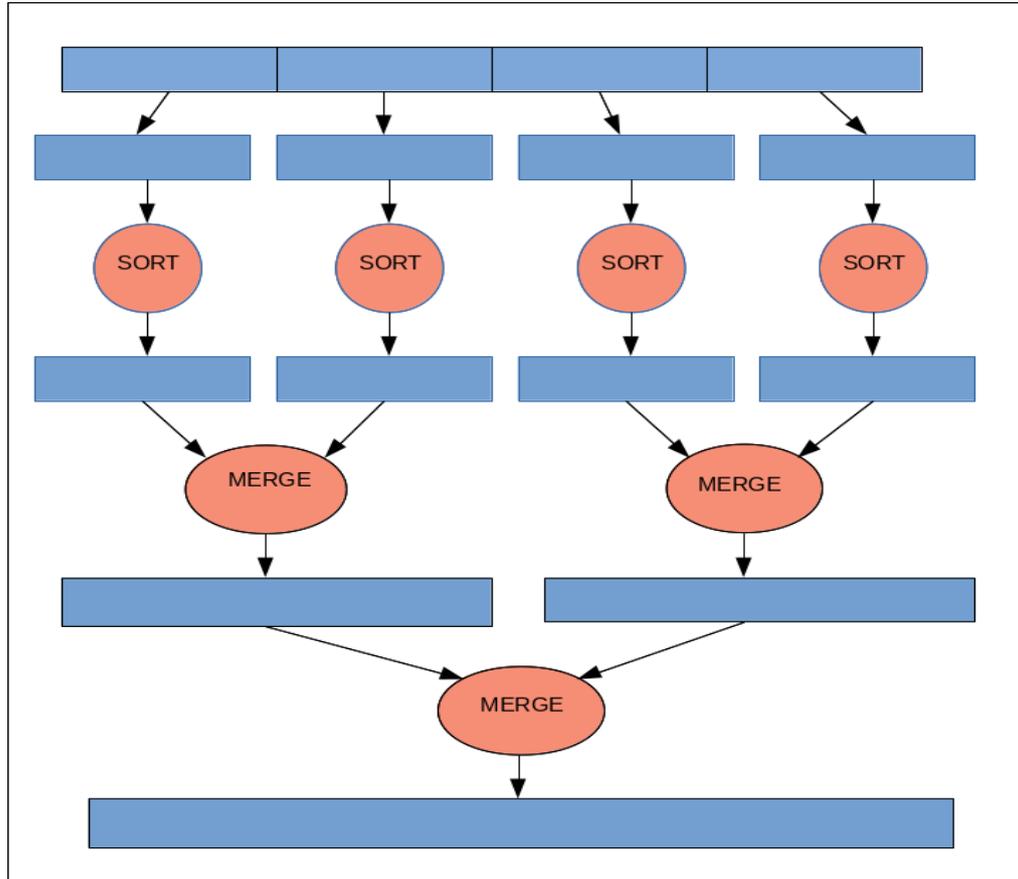


Una **hebra** hace un **filtrado por un valor**, a un lado los mayores y a otro los menores.

Cada **parte** a su vez es **dividida** por otra hebra, hasta que la subdivisión produce suficientes partes para tener a todas las hebras ocupadas.

El algoritmo es **rápido** y no necesita **memoria adicional**, pero los **tiempos no son buenos** cuando el **número de hebras crece**

# PARALLEL STABLE SORT



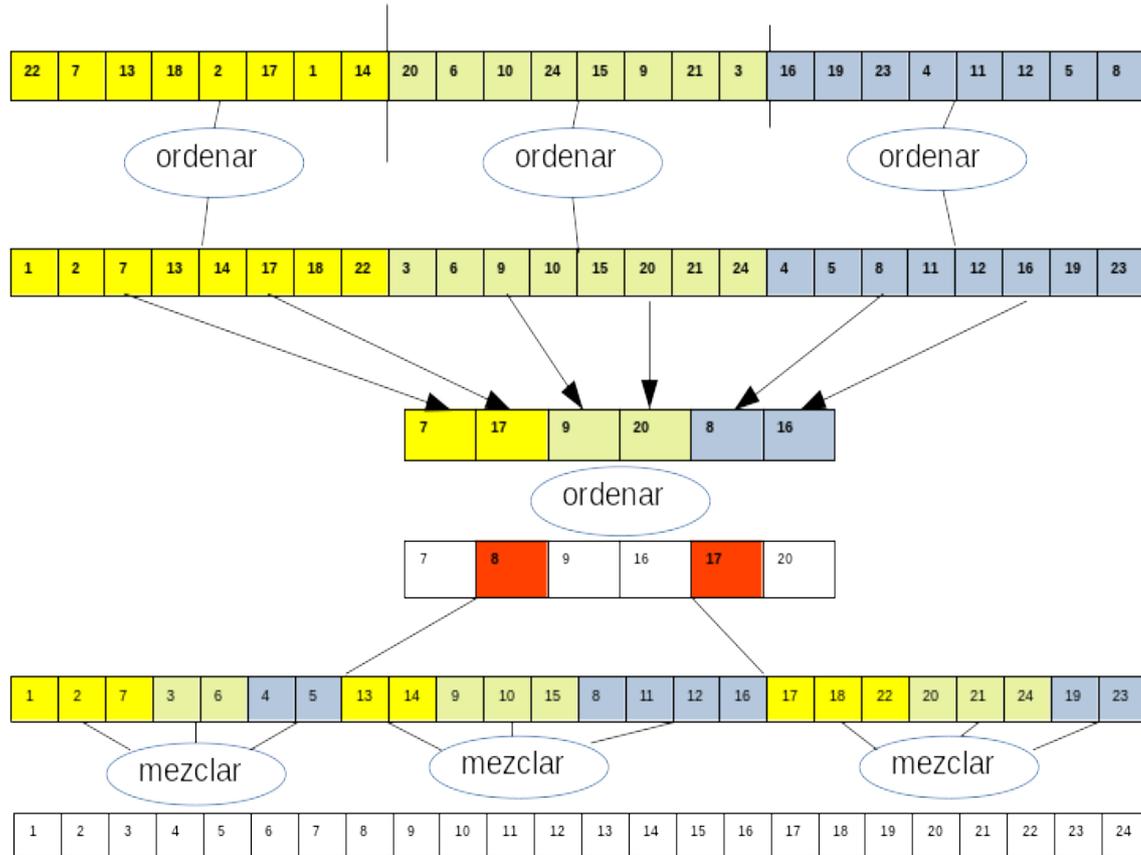
Inicialmente **divide** los datos en muchas partes. Cada **parte** es **ordenada** por un **hebra**.

Luego se van **mezclando** hasta que solo queda **una parte**, en la que los elementos están ordenados.

Estos algoritmos **necesitan memoria adicional** para hacer la mezclas, normalmente del **mismo tamaño que los datos**

Tiene el mismo **problema** que **parallel quick sort**. La **parte final se hace con una sola hebra**. Por eso no es rápido cuando el número de hebras crece

# SAMPLE SORT



1.- **Dividimos** en partes iguales , que **ordenamos**

2.- De cada parte **sacamos** unos **pivotes** uniformemente distanciados.

3.- **Ordenamos los pivotes** de todas las partes, y sacamos **otros pivotes**, uniformemente distanciados

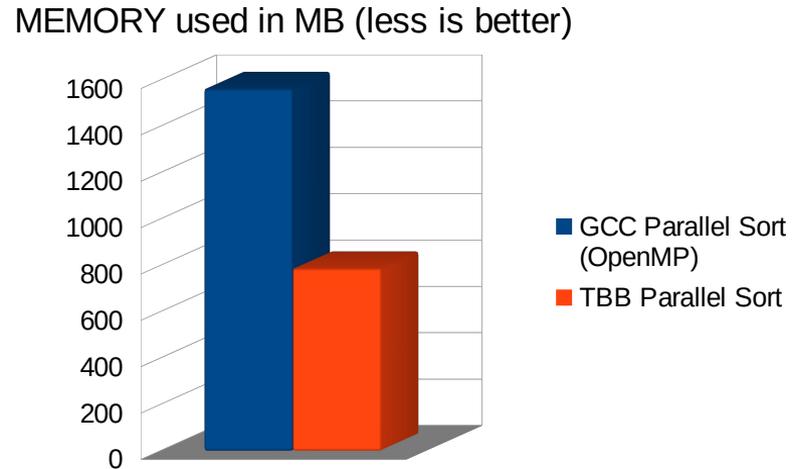
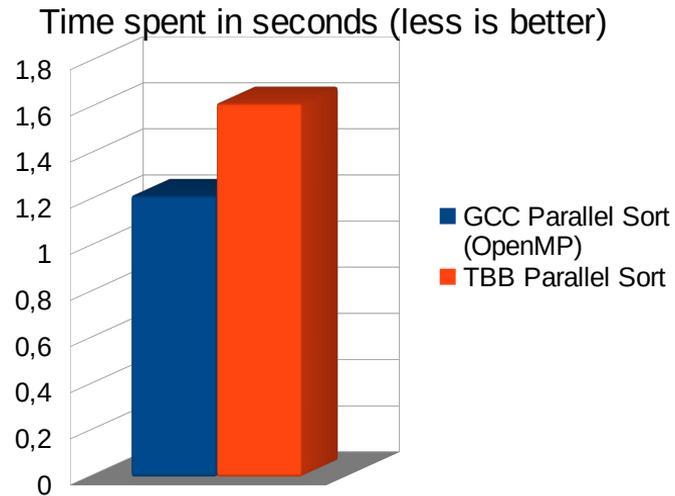
4.- Copiamos los **elementos menores** que el primer pivote de la cada parte en una memoria auxiliar, con lo que obtenemos un **conjunto de rangos a mezclar**

5.- Hacemos lo mismo con el segundo pivote, y así sucesivamente

6.- Se **mezclan los rangos** obtenidos de cada pivote y los datos ya están ordenados

# CREANDO UN NUEVO ALGORITMO PARALELO

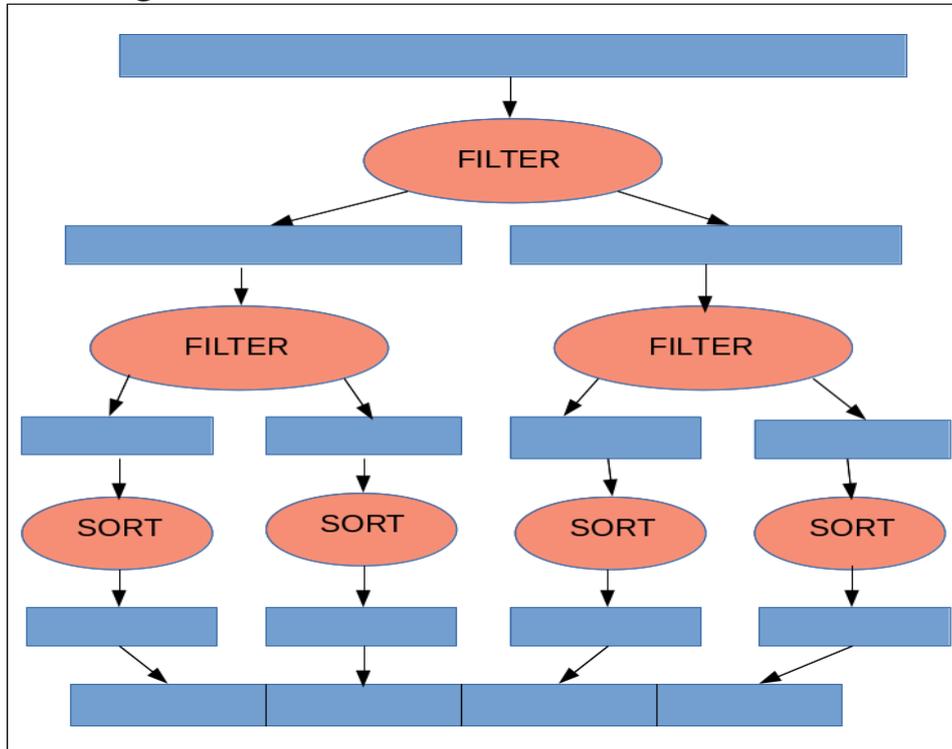
Queremos construir un **algoritmo rápido** como GCC Parallel Sort, pero que utilice **poca memoria** como TBB Parallel Sort



# DISEÑO I (Que sabemos)

Los algoritmos de ordenación paralelos son de dos grandes tipos

1.- **Algoritmos de subdivisión o Filtrado.** Como quicksort paralelo o TBB Parallel Sort.



Una **hebra** hace un **filtrado** por un **valor**, a un lado los mayores y a otro los menores.

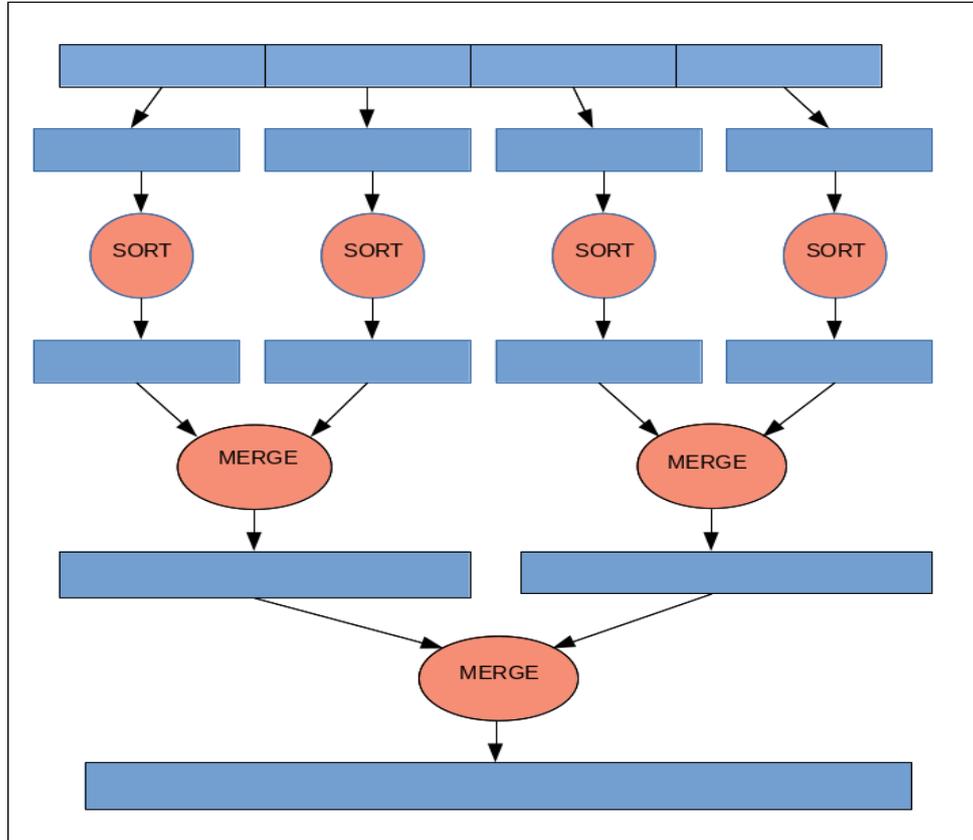
Cada **parte** a su vez es **dividida** por otra hebra, hasta que la subdivisión produce suficientes partes para tener a todas las hebras ocupadas.

El algoritmo es rápido y no necesita memoria adicional, pero los tiempos no son buenos cuando el número de hebras crece.

Si no somos **capaces** de hacer el **filtrado paralelo**, este camino no tiene salida

# DISEÑO II (Que sabemos)

## 2.- Algoritmos de Mezcla. Como GCC Parallel Sort, SampleSort



Inicialmente **divide los datos** en muchas partes. Cada parte es **ordenada por un hebra**.

Cuando las **partes** están **ordenadas**, se van **mezclando** hasta que solo queda una parte, en la que los elementos están ordenados.

Estos algoritmos **necesitan memoria adicional** para hacer la mezclas, normalmente del **mismo tamaño que los datos**

Estos algoritmos proporcionan las mejores prestaciones con **muchas hebras**, pero con pocas hebras su resultado es inferior a los algoritmos de filtrado.

Las **mezclas** han de ser **paralelizables** para que el algoritmo sea **rápido**

# DISEÑO III (Que buscamos)

*“Hacer lo mismo que otros, nos conduce, después de mucho trabajo, a parecidos resultados”*

- El **algoritmo que queremos hacer** ha de ser de **mezcla**, que **genera trabajo** para todas las hebras del procesador, porque los **algoritmos de filtrado** tienen **mal rendimiento** cuando el **número de hebras crece**.
- El **consumo de memoria** ha de ser lo mas **bajo** posible.
- Para que sea **rápido**, todas las **partes del algoritmo** han de ser **paralelizables**

Pero ...¿ **como hacer la mezcla sin**, o con una pequeña **memoria adicional** ?

La respuesta es **considerar** que los **elementos** están en **bloques de tamaño fijo**, excepto el último o bloque cola. Para **mezclar dos bloques de longitud fija**, solo **necesitamos otro bloque** auxiliar del mismo tamaño. Ese **bloque auxiliar** va a ser nuestra única memoria adicional.

# DISEÑO IV (Mezcla de bloques)

Inicialmente tenemos **2 bloques** con **datos ordenados** y un **bloque vacío**

--	--	--	--	--

1	3	5	7	9
---	---	---	---	---

0	2	4	6	8
---	---	---	---	---

Los vamos **mezclando sobre el bloque vacío**, hasta llenarlo

0	1	2	3	4
---	---	---	---	---

		5	7	9
--	--	---	---	---

			6	8
--	--	--	---	---

Hacemos un **half\_merge** de un bloque semivacío sobre el otro, y obtenemos un **bloque vacío** y uno **lleno**

0	1	2	3	4
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

5	6	7	8	9
---	---	---	---	---

# DISEÑO V (Ordenación física y lógica)

Cuando **mezclamos** los **bloques**, apuntamos su **orden relativo** en un **índice**.

Por esto decimos que los **bloques** no están físicamente ordenados, sino que están **lógicamente ordenados mediante un índice**

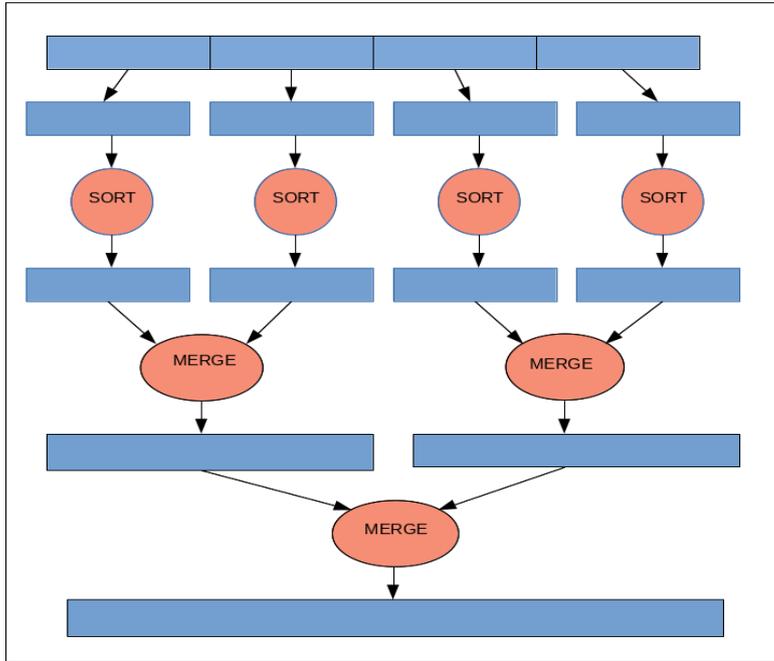
Debido a esto, **cada bloque** va a tener una **posición física** dentro del vector de bloques, y una **posición lógica** que nos va a indicar el orden de dichos bloques.

	0	1	2	3	4	5
Bloque	6, 7, 8, 9	14, 16, 20, 27	35, 36, 37, 38	2, 3, 4, 5	10, 11, 12, 13	28, 29, 32, 34
Índice	3	0	4	1	5	2

# DISEÑO VI (Mezclando los bloques)

Part 1	Part 2	First merge	Pass 1	Pass 2	Pass 3	Pass 4	Pass 5	Final Merge
		2 5 9 10	2 3 4 5					2 3 4 5
2 5 9 10	3 4 6 7	3 4 6 7	6 7 9 10	6 7 8 9				6 7 8 9
12 28 32 34	8 11 13 14	8 11 13 14		10 11 13 14	10 11 12 13			10 11 12 13
35 37 39 40	16 20 27 29	12 28 32 34			14 28 32 34	14 16 20 27		14 16 20 27
		16 20 27 29				28 29 32 34		28 29 32 34
		35 37 39 40					35 36 37 38	35 36 37 38

# DISEÑO VII (¿Como partir la mezcla?)



En los **primeros pasos** tenemos **trabajo para todas las hebras**, pero conforme avanzamos el número de hebras que trabajan se divide por dos, y el **último paso** se hace con **una sola hebra**.

Es el **mismo problema** que presentan los **algoritmos de filtrado**.

¿Y si esas mezclas pudiéramos trocearlas para que se pudieran **ejecutar en paralelo**?

## DISEÑO VIII (¿Como partir la mezcla?)

Para poder **partir la mezcla**, necesitamos **saber** a priori el **orden** exacto de los **bloques a mezclar**. Si nos fijamos en el **dibujo** de la **página anterior**, veremos que están **ordenados** por el **primer valor del bloque**.

Para **partir** esta **lista** en **dos partes** que se puedan ejecutar en paralelo.

- Para ello buscamos **dos bloques contiguos** en dicha lista que sean de **diferente color**.
- **Mezclamos** esos **dos bloques** solamente. El **bloque** resultante con los **datos mas pequeños**, pertenece a la **parte superior**, y el **otro bloque**, pertenece a la **parte inferior**.
- Dichas **partes** se pueden **mezclar en paralelo** por diferentes hebras, proporcionando dicho proceso una **solución correcta**.

Cualquier **mezcla** se puede **dividir** en **cualquier numero de partes**, que pueden ser ejecutadas en paralelo.

# DISEÑO IX (Partiendo en dos la mezcla)

Part 1		Part 2		First merge		Mezcla para partir la lista	Pass 1	Pass 2	Final Merge
				2 5 9 10			2 3 4 5		2 3 4 5
2 5 9 10		3 4 6 7		3 4 6 7			6 7 9 10	6 7 8 9	6 7 8 9
12 28 32 34		8 11 13 14		8 11 13 14		8 11 12 13		10 11 12 13	10 11 12 13
35 37 39 40		16 20 27 29		12 28 32 34		14 28 32 34	14 16 20 27		14 16 20 27
				16 20 27 29			28 29 32 34	28 29 32 34	28 29 32 34
				35 37 39 40				35 36 37 38	35 36 37 38

La **división** la hacemos entre el **tercer y cuarto bloque** de la columna first merge, que son de diferente color.

Los **mezclamos** y el **bloque superior** pertenece a la **partición de arriba** y el **bloque inferior** a la **partición de abajo**.

Obtenemos **dos listas independientes** que se pueden **mezclar por separado**.

Las **fusiones grandes** e van a **descomponer** en **múltiples fusiones** para ser ejecutadas en paralelo

# DISEÑO X (Reordenación de Bloques)

<i>D</i>	0	1	2	3	4	5	6	7
	200 201	500 549	600 654	900 980	100 127	400 453	700 739	800 861
<i>I</i>	0	1	2	3	4	5	6	7
	4	0	5	1	2	6	7	3

Después de las fusiones, tenemos todos los datos ordenados por su posición lógica mediante el índice.

Ahora queremos moverlos para que estén ordenados también por su posición física

```
pos_dest = pos_ini = 0
pos_src = I [pos_dest]
Aux = D [pos_dest]
do
{
  D [pos_dest] = D [pos_src]
  I [pos_dest] = pos_dest
  pos_dest = pos_src
  pos_src = I [pos_dest]
} while (pos_src != pos_ini )
D [pos_dest] = Aux
I [pos_dest] = pos_dest
```

Si apuntamos lo que hemos hecho, aparece:

```
Aux      ← bloque[0]
bloque[0] ← bloque[4]
bloque[4] ← bloque[2]
bloque[2] ← bloque[5]
bloque[5] ← bloque[6]
bloque[6] ← bloque[7]
bloque[7] ← bloque[3]
bloque[3] ← bloque[1]
bloque[1] ← Aux
```

Podríamos representarlo como una **secuencia cerrada o ciclo** : 0, 4, 2, 5, 6, 7, 3, 1

# DISEÑO XI (Reordenación de bloques)

En las reordenaciones de bloques **pueden aparecer varios ciclos**. Habitualmente aparecen unos pocos ciclos grandes y varios pequeños.

En el siguiente ejemplo

Datos

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
24	23	20	15	12	10	21	17	19	13	22	18	14	11	16

Indice

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	13	4	9	12	3	14	7	11	8	2	6	10	1	0

Haciendo el procedimiento descrito anteriormente, en este caso nos aparecen 3 secuencias

- 5, 3, 9, 8, 11, 6, 14, 0
- 4, 12, 10, 2
- 13, 1

# DISEÑO XII (Reordenación de bloques)

El **peor caso** es cuando aparece **una sola secuencia**. Si ese caso aparece echa al traste todo el algoritmo, ya que al tener que hacerlo con **una hebra**, los **tiempos se disparan**.

La solución es **trocear las secuencias**, y generar **varias secuencias** mas **pequeñas** que se puedan ejecutar en **paralelo**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Datos	100	140	70	60	90	00	160	80	50	130	150	20	170	10	110	30	120	40
Indice	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	5	13	11	15	17	8	3	2	7	4	0	14	16	9	1	10	6	12

Si extraemos la secuencia como hemos visto anteriormente tenemos

5	8	7	2	11	14	1	13	9	4	17	12	16	6	3	15	10	0
---	---	---	---	----	----	---	----	---	---	----	----	----	---	---	----	----	---

# DISEÑO XIII (Reordenación de bloques)

Si la secuencia la **dividimos en 3 partes**, obtenemos 3 secuencias de 6 elementos

5	8	7	2	11	14	1	13	9	4	17	12	16	6	3	15	10	0
---	---	---	---	----	----	---	----	---	---	----	----	----	---	---	----	----	---

Antes de mover cada secuencia, **generamos** una secuencia con las últimas posiciones de cada una de ellas.

14	12	0
----	----	---

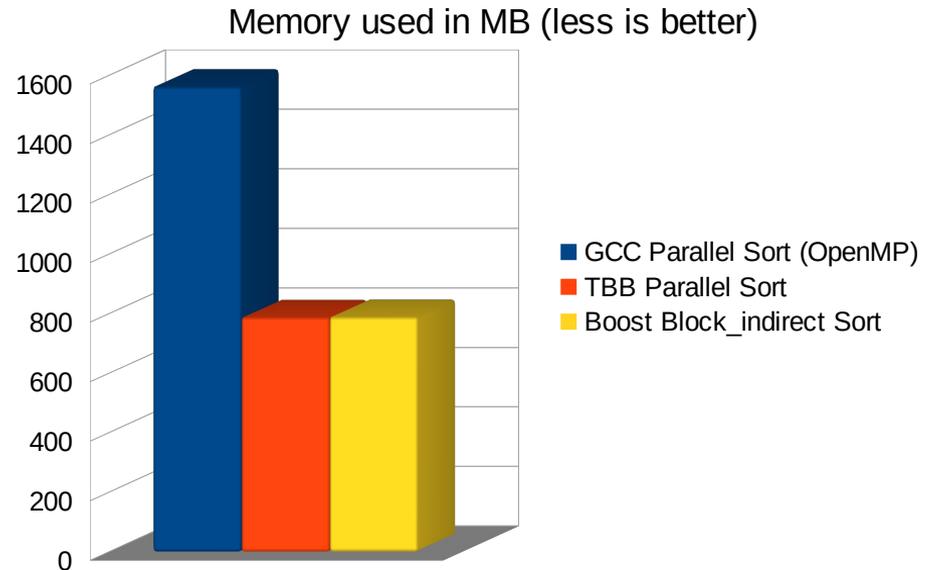
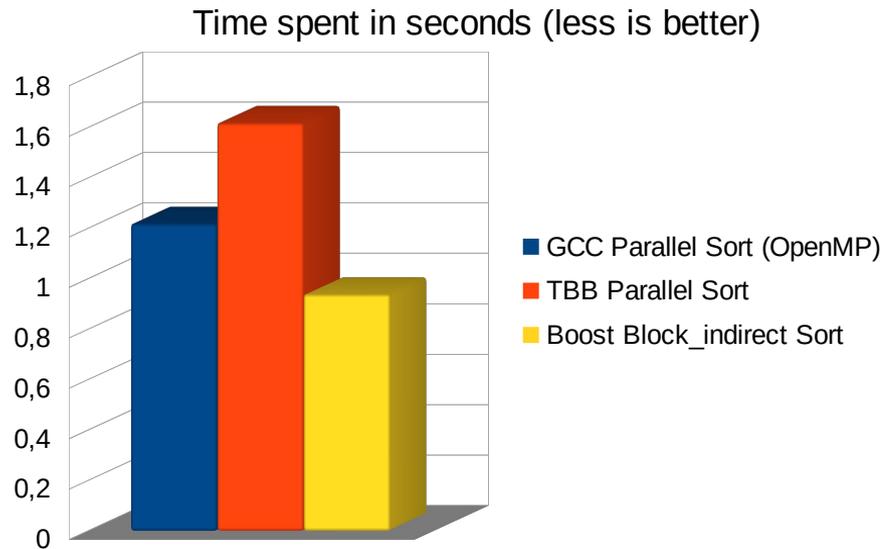
Cada uno de los **3 movimientos** de las secuencias se puede **ejecutar en paralelo**. Y al acabar los 3 movimientos, **movemos** la secuencia con los **últimos elementos**. Y ya está la secuencia grande movida.

Y hemos **troceado** una **secuencia grande** en un número arbitrario de **secuencias pequeñas**, que se pueden **ejecutar en paralelo**. **EL ALGORITMO YA ESTÁ COMPLETAMENTE DISEÑADO.**

Ahora solo queda la **codificación**, las **pruebas** y una **cuidadosa optimización**. La hora de la verdad son las pruebas de **rendimiento**

# DISEÑO XIV (Rendimiento)

Los resultados obtenidos son :



Tenemos un **algoritmo** con un **consumo muy bajo de memoria** y una **gran velocidad**. Todos sus procesos internos son **altamente paralelizables**, lo que hace este algoritmo especialmente **eficiente** en entornos con **muchas hebras**.

# ¿Y DESPUÉS QUE ? I

La evolución lógica pasa por dos proyectos

**TERASORT**- Ordenación en memoria compartida con muchas máquinas.

Los **algoritmos actuales** usan un **40% - 45 %** de la **memoria** de las máquinas usadas. Por lo que si tenemos que ordenar 1 Tera en memoria, y tenemos máquinas con 128 Gigas de RAM, necesitaremos unas 20 máquinas.

He **diseñado un algoritmo en papel**, que permite usar un **95% de la memoria** de la máquina. Por lo que en el caso anterior se podría hacer con 9 ó 10 máquinas de 128G de RAM.

Lo he comentado con varios centros de Supercomputación y Big Data y les he preguntado si lo ven útil. Todos me dijeron que **no es un problema**, que **basta con poner mas máquinas**. Por lo cual, me parece que el algoritmo no saldrá de mi libreta

## ¿Y DESPUÉS QUE? II

**ALGORITMO ESTABLE PARALELO SIN MEMORIA ADICIONAL** . Algo parecido a **Block\_indirect\_sort** pero con **ordenación estable**

Su diseño fue un reto que me puse a mi mismo. Pero he preguntado a bastante gente, y el interés mostrado ha sido muy bajo, por lo que lo he puesto junto al algoritmo de Terasort para que se hagan compañía.

## **BIBLIOGRAFIA**

**Introduction to Algorithms**, 3rd Edition (Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein)

**Structured Parallel Programming: Patterns for Efficient Computation** (Michael McCool, James Reinders, Arch Robison)

**Algorithms + Data Structures = Programs** (Niklaus Wirth)

**Boost Sort Library**

[www.boost.org/doc/libs/1\\_69\\_0/libs/sort/doc/html/index.html](http://www.boost.org/doc/libs/1_69_0/libs/sort/doc/html/index.html)

**Detailed description of the `block_indirect_sort` algorithm**

[www.boost.org/doc/libs/1\\_69\\_0/libs/sort/doc/papers/block\\_indirect\\_sort\\_en.pdf](http://www.boost.org/doc/libs/1_69_0/libs/sort/doc/papers/block_indirect_sort_en.pdf)

**Detailed description of the `flat_stable_sort` algorithm**

[www.boost.org/doc/libs/1\\_69\\_0/libs/sort/doc/papers/flat\\_stable\\_sort\\_eng.pdf](http://www.boost.org/doc/libs/1_69_0/libs/sort/doc/papers/flat_stable_sort_eng.pdf)